

Devoir 1 ^b

/4/10

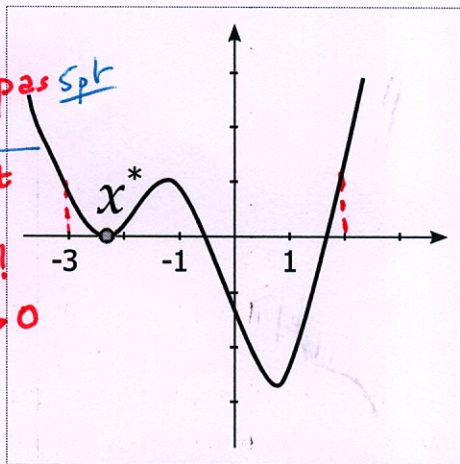
NOM : _____ GROUPE : _____

PRENOM : _____ ENSEIGNANT : _____

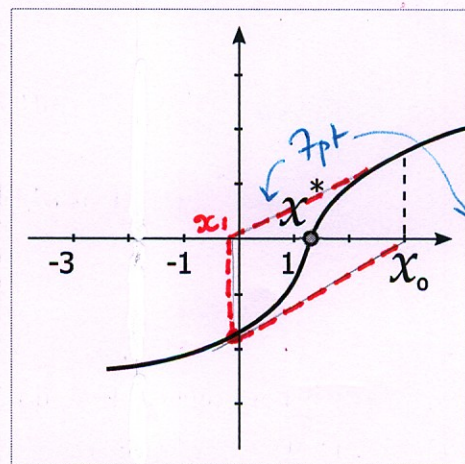
Les livres et les cahiers ne sont pas autorisés.

INSTRUCTIONS : Il y a 4 exercices pour un total de 100 points. Ecrivez votre réponse finale sur la feuille de test. Si vous n'avez pas assez d'espace pour un exercice, écrivez sur le verso de la feuille précédente. Montrez toutes les étapes du calcul. Encadrez votre résultat final. Supportez votre réponse par des explications si nécessaire.

Exercice 1 (25pts) Convergence des Méthodes Itératives. Dites si la méthode converge ou non avec les conditions indiquées dans chaque cas de figure:



(a) Dichotomie avec $[a, b] = [-3, 0]$



(b) Newton.

Exercice 2 (25pts) Vrai ou Faux. Encadrez la réponse correcte:

- (1) La méthode des itér. successives converge linéairement si $g'(x^*) \neq 0$. (V) / F
- (2) L'équation $e^x - x - 2 = 0$ a une racine dans $[0, 2]$. (V) / F
- (3) La méthode de la sécante est plus rapide que la méthode de Newton. (V) / (F)
- (4) Une méthode itérative dont l'erreur absolue e_n prend les valeurs successives 0.1, 0.02, 0.004, 0.0008 est linéaire. (V) / F
- (5) Le plus grand nombre réel sur un ordinateur 32 bits est 1.7×10^{38} . (V) / F

-3.5 pt
par réponse fautive

(6) Si $\epsilon_{\text{mach}} = 10^{-3}$ alors l'arithmétique est à trois chiffres significatifs. (V) / F

(7) Sur un ordinateur stockant les nombres réels en base décimale (10) avec $\epsilon_{\text{mach}} = 10^{-5}$, et $-20 < e < 20$ (e exposant), on a $10^5 + 10^{11} = 10^{11}$ (V)

Exercice 3 (25pts) Equations non-linéaires. Calculez les deux premières approximations de la solution x^* de l'équation $\underbrace{\left(\frac{x}{2}\right)^2 - \sin x}_{f(x)} = 0$ en utilisant la méthode de la dichotomie avec $[a, b] = [1.8, 2]$.

17pt

k	a	c	b	f(c)
0	1.8-	1.9-	2+	-0.043
1	1.9-	1.95+	2+	0.021
2	1.9-	1.975	1.95+	

$x_0 = 1.9$
 $x_1 = 1.95$
 $x_2 = 1.975$

Mpr

9pt

(2) Vérifiez la convergence avec le test $\frac{|b-a|}{|2^3|} \leq 0.03$

$\frac{|2 - 1.8|}{2^3} = 0.025 \leq 0.03$ donc on a convergé!

Exercice 4 (25pts) Calculez la valeur de y donnée par l'expression ci-dessous pour $x = 0.001$ et $x = 0.3$. Utilisez 3 chiffres significatifs avec troncature pour tous vos calculs. Déterminez la valeur exacte et calculez l'erreur relative en (%). Expliquez vos résultats.

exacte = 1

$$y = \frac{(1+x) - 1}{x}$$

$x = 0.001$

$x = 0.3$

$y = \frac{(1+0.001) - 1}{0.001}$
 $= \frac{1-1}{0.001}$
 $= \frac{0}{0.001}$
 $= 0$

$y = \frac{(1+0.3) - 1}{0.3} = \frac{1.3-1}{0.3}$
 $= \frac{0.3}{0.3}$
 $= 1$

erreur = $\frac{1-1}{1} \times 100 = 0\%$

erreur = $\frac{|0-1|}{1} \times 100 = 100\%$

Explications: 5pt

dans le premier cas, la valeur x a été complètement perdu à cause de la troncature (addition avec un nombre trop grand) et il ne reste plus rien après la soustraction du 1!