Chapitre I

5

Introduction à la modélisation Mathématique des phénomènes de transfert

Le flux : $\phi = -k \frac{\Delta C}{\Delta C}$

I. 1 Introduction : $\exists$ 3 types de méthode d'analyse.

- Les méthodes analytiques.
- Les méthodes numériques.
- Les méthodes expérimentales.

* Méthodes analytiques : Elle conduise à des solutions exactes mais limitées aux cas simples.

exp : $\int_a^b x \, dx = \left. \frac{x^2}{2} \right|_a^b$

* Méthodes expérimentales : C'est le seul moyen précis d'évaluer les différentes hypothèses qui ont été émise (faite).

Inconvénient : Coût et le facteur temps.

* Méthodes numériques : Cas complexes, elles ne conduisent pas automatiquement à la solution exacte.

I. 2 Principes de conservation

Les EDP utilisées dans les phénomènes de transfert expriment un principe de conservation d'une quantité physique ϕ (variable indépendante)

$\phi = f(x, y, z, t)$ ϕ : Grandeur / unité de masse.

Elle peut être une vitesse - enthalpie - fraction massique d'une espèce chimique une énergie cinétique - l'unité (masse / unité de masse)

Rq : T^{re} utilisé à la place de l'enthalpie.

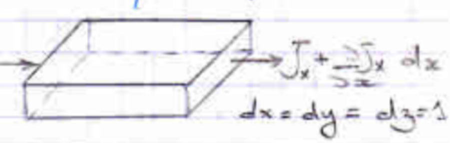
$\rho \phi$: grandeur / unité de volume.

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi)$: taux de variation de la qté de ϕ / unité de volume et unité de tps

flux : c'est la qtt ϕ qui traverse une surface / unité de tps.
Densité de flux : J : flux / unité de surface.

Le principe de conservation de la qtt ϕ s'exprime pour un élt de volume par variation de la qtt ϕ dans un élément de volum est égal à la production ou consommation de qtt de ϕ

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}}_{\mathrm{II}} = \underbrace{S}_{\mathrm{III}}$$



I : Variation dans le temps. ; III : terme source.
II : Variation dans l'espace

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial J_i}{\partial x_i} = S}$$ i : Solut° dans les 3 direct°

Le fde peut être transporté de deux manières :
- Diffusion ou Conduction : $-\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}$
- Mouvement ou Convection : $\rho U \phi$; $J_i = \rho U_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i}$

Principe de conservation : $\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho U_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i}\right) = S$

Rappel analyse vectorielle

Champ scalaire : C'est un champ qui a tout point de l'espace associe un scalaire.
exp : T° d'une espèce à chaque point de l'espace on peut attribuer un nbre.

Champ vectoriel : C'est un champ qui a tout pt de l'espace associe 1 vecteur.
exp : dans une conduite dans laquelle il y a un ect d'un liquide, on peut attribuer à chaque point une vitesse. gradient = grad ϕ

Soit ϕ un champ scalaire. $\mathrm{grad}\,\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z}$: vecteur

$\mathrm{div}(\vec{M}) = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_z}{\partial z}$: scalaire.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + div(\rho\vec{U}\phi) = div(\Gamma \, \overrightarrow{grad}\, \phi) + S$$

Equation de continuité : exprime la conservation de la masse

($\phi = 1$ m/m terme source $= 0$) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\vec{U}) = 0$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0 \iff \frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho U_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho U_z) = 0$$

Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U_i) + div(\rho . \vec{U} . U_i) = div \vec{F_i} + b_i$$

F_i : forces de surface , b_i : force de volume.

Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho C_p T) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i C_p T) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(k \frac{\partial T}{\partial x_i}\right) + S$$