A.Amal

A

Fev 2005

USTHB
F GM GP
DPT GC et CRYO
TEC 751
5è Année GC ENVIRO CRYO
S1 2004/2005

Oukid
Ouiza

10

**EMD #2.**

**REPONDEZ SUR DEUX COPIES D'EXAMEN MAXIMUM ET ENCADREZ VOS RESULTATS IMPORTANTS POUR QUE VOTRE COPIE SOIT CORRIGEE CORRECTEMENT**

**Exercice 1.** (6pts)

On veut obtenir le coût minimal pour un réservoir cylindrique qui doit contenir V litres. On dispose alors :

Du coût de la paroi $C_p$ en $/m²$ ;
Du coût du sommet $C_s$ en $/m²$ ;
Du coût du fond $C_f$ en $/m²$.

1- Déterminer la fonction-objet de ce problème et la contrainte correspondante ;
2- Déduire les relations mathématiques respectives du diamètre d et de la hauteur h du réservoir permettant de concevoir ce dernier avec la méthode du Jacobien (une autre méthode utilisée ne sera pas comptée) ;
3- Si le réservoir en question doit contenir 100 litres, calculer son diamètre et sa hauteur.

Applications numériques : $C_p$=50 $/m²$, $C_s$=50 $/m²$, $C_f$=200 $/m²$.

**Exercice 2.** (6pts)

On veut chercher à déterminer le volume optimal d'un réservoir fermé de forme parallélépipédique que l'on veut fabriquer à partir d'une tôle d'acier de surface de 2a pour cela il faut :

1- Déterminer la fonction-objet ainsi que la contrainte qui lui est associée.
2- Trouver la différentielle de cette fonction.
3- Trouver la différentielle de la contrainte.
4- A l'aide de la méthode des dérivées-contraintes, écrire les conditions nécessaires
5- Trouver les expressions mathématiques des dimensions optimales de ce réservoir et de son volume.
6- Calculer numériquement ces paramètres si la surface vaut 20 m².

PS : si une autre méthode est utilisée elle ne sera pas comptée.

**Exercice 3.** (8pts)

Chercher le point critique ainsi que la valeur optimale de la fonction suivante :

$$f(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + 12x_1 + 12x_2 - 22$$

En utilisant la méthode du simplex avec un pas de a = 1 et comme point de départ (0,0). Faire un tableau.

$f'(x_1) = -2x_1 + 12 \quad x_1 = 6$

$f'(x_2) = -2x_2 + 12 \quad x_2 = 6$

$\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}$

-2
-2
-4

Elle admet un max

Février 2005

o 1 :

1- $C(D,L) = C_p \pi D L + \frac{\pi}{4} D^2 (C_s + C_f)$ avec : $\frac{\pi}{4} D^2 L - V = g$

2- $$\frac{\delta(C,g)}{\delta(L,D)} = \begin{bmatrix} C_p \pi D & \cdots & C_p \pi L + \frac{\pi}{2} D (C_f + C_s) \\ \frac{\pi}{4} D^2 & \cdots & \frac{\pi}{2} D L \end{bmatrix}$$

2- $L = \sqrt[3]{\frac{16V}{\pi} \left( \frac{C_s + C_f}{C_p} \right)^2}$ ....... $D = \sqrt[3]{\frac{2V\,C_p}{\pi (C_s + C_f)}}$

3- $L = 2{,}335\,m$

$D = 0{,}234\,m$

Exo2,

1) $V = x_1 x_2 x_3$ avec $2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_1x_3 = 2a$

2) $dV = x_2x_3\,dx_1 + x_1x_3\,dx_2 + x_1x_2\,dx_3$

3) $dg = 2(x_2 + x_3)\,dx_1 + 2(x_1 + x_3)\,dx_2 + 2(x_1 + x_2)\,dx_3$

4) Condition necessaires : $\frac{dV}{dx_2} = x_2 x_3 \frac{dx_1}{dx_2} + x_1 x_3 = 0$

$\frac{dV}{dx_3} = x_2 x_3 \frac{dx_1}{dx_3} + x_1 x_2 = 0$

5) $x_1^* = x_2^* = x_3^* = \sqrt{\frac{a}{3}}$

6) $x_1^* = x_2^* = x_3^* = 1{,}826\,m$ et $V = 6{,}09\,m^3$

| N° du simplex | coordonnée du simplex et valeurs de $f_i$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $x_{0,1}$ | $x_{0,2}$ | $f_0$ | $x_{1,1}$ | $x_{1,2}$ | $f_1$ | $x_{2,1}$ | $x_{2,2}$ | $f_2$ |
| 1 | $-1{,}2$ | $1{,}0$ | $24{,}2$ | $-1{,}103$ | $1{,}026$ | $8{,}056$ | $-1{,}174$ | $1{,}097$ | $12{,}658$ |
| | $x_{3,1}$ | $x_{3,2}$ | $f_3$ | / | / | / | / | / | / |
| 2 | $-1{,}077$ | $1{,}123$ | $4{,}45$ | / | / | / | / | / | / |
| | / | / | / | / | / | $x_{4,1}$ | $x_{4,2}$ | $f_4$ | |
| 3 | | | | | | | $-1{,}006$ | $1{,}052$ | $4{,}184$ |
| 4 | $x_{3,1}$ | $x_{3,2}$ | $f_3$ | $x_{5,1}$ | $x_{5,2}$ | $f_5$ | $x_{4,1}$ | $x_{4,2}$ | $f_4$ |
| [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | $-0{,}98$ | [illegible] | [illegible] | [illegible] | $1{,}052$ | $4{,}184$ |