Université des Sciences et de la Technologie
Houari Boumedienne

Evaluation des Techniques Economiques des procédés

Raffinage et Pétrochimie
Master II



Cours

- Programmation lineaire.
- Résolution d'un problème de maximisation et de minimisation.
- Dualité.
- Théorèmes des graphes et problèmes d'ordonnancement.

الثلاثاء
Mardi
Tuesday
8
جانفي JANVIER 8-358

الأربعاء
Mercredi
Wednesday
9
جانفي JANVIER 9-357

الخميس
Jeudi
Thursday
10
جانفي JANVIER 10-356

Evaluation T.E des procédés

I. Programmation linéaire

Formulation mathématique et écriture d'un programme.
+ Représentation matricielle
+ Résolution d'un problème de maximisation [Max]
  - Résolution par un raisonnement économique (2-3 variables)
  - " par la méthode graphique (2 variables)
  - " " " de substitution (2 variables)
  - " par l'algorithme du simplexe.
+ Résolution d'un problème de minimisation [Min]
  - Résolution par la méthode graphique.
  - " par l'algorithme du simplexe.
+ Dualité
  - Théorème
  - Programme Primal
  - Programme Dual

الجمعة
Vendredi
Friday
11
JANVIER

II. Théorème des graphes et problème d'ordonnancement

+ Quelques définitions sur le théorème des graphes
+ Matrices associées à un graphe.
+ Méthode PERT (Méthode Américaine)
  - Délais et dates de réalisation d'un projet.
  - Intervalle de flottement et rôle de marges.
. Diagramme de GANTT
. Méthodes des potentiels (Française)

Notes

Notes

2008
Janvier

Samedi		5	12	19	26
Dimanche		6	13	20	27
Lundi		7	14	21	28
Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	31
Vendredi	4	11	18	25	

ALGEBRE DES MATRICES

Matrices :

Dans plusieurs situation et dans tout les domaines de l'activité humaines, l'information recuhée peut être mise sous forme de tableau dont le but d'obtenir une meilleur vision global ou comparative des données et de les manipuler plus facilement.

Comparaison des prise des aliments

Pour fin de comparaison, les prise de quelques aliments à été relevé dans 5 magasins M_1 à M_5 à la même date, ces données en unité monétaire (UM) sont présentées dans le tableau suivant.

Aliment \ Magasin	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
A_1 Fromage (kg)	6,40	5,96	5,93	6,53	6,05
A_2 Crème glacée (l)	0,96	1,13	1,10	1,05	1,00
A_3 Céréales [illegible] (kg)	2,30	2,21	2,30	2,40	2,34
A_4 Jus de tomate (l)	0,37	0,32	0,33	0,31	0,35
A_5 Pommes (kg)	1,20	1,17	1,00	0,95	0,96
A_6 Laitue (unité)	0,74	0,72	0,62	0,60	0,34
A_7 Viande [illegible] (kg)	5,53	4,63	5,33	5,29	4,80
A_8 Viande blanche (kg)	7,29	7,90	6,45	5,46	6,27

Définition :

Une matrice A de format $m \times n$ est un tableau rectangulaire de (m, n) éléments disposé sur m lignes et n colonnes.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Les éléments de matrice $A(m,n)$ sont des nombres réels sauf mention (indication) contraire.

Coût d'un panier de provisions

Pour compléter la comparaison entre les différents prix des magasins d'alimentation, deux commandes de picerie (épicerie) gétée composées des aliments contenus dans le tableau suivant, ont été simulés pour chaque magasin.

Aliment	A	A	A	A	A	A	A	A
C_1	1	2	1	4	2	3	3,5	1
C_2	0,5	5	2	3	3	2	10	0

Pour connaître la valeur totale d'un des commandes C_1 ou C_2 dans l'un des magasins $M_1 \to M_5$, il suffit d'effectuer le produit scalaire de la ligne correspondante de C à la colonne de la matrice A correspondant au magasin choisit.

La matrice V des valeurs de chaque une des commandes de chaque un des magasins s'obtient comme suit :

1ère Ligne × 1ère colonne

$$a_{11} = 1 \times 6{,}40 + 2 \times 0{,}96 + 1 \times 2{,}30 + \dots + 1 \times 7{,}29 = 44{,}74$$

$$V = \begin{pmatrix} 44{,}84 & 42{,}24 & 42{,}92 & 41{,}86 & \boxed{41{,}42} \\ 47{,}19 & \boxed{48{,}51} & 46{,}72 & 46{,}01 & 44{,}12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_2 - 6x_3 = 2 \\ -2x_3 = 3 \end{cases} \iff \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Notes

Notes

Notes

Recherche opérationnelle

Programmation linéaire

Généralité :

C'est un ensemble de méthodes techniques d'analyse et de synthèses que l'on appel algorithme c'est donc un procédé de calcul qui en s'appuyant sur les méthodes mathématiques et statistiques permettent de retrouver la solution optimale et des problèmes économiques de gestion et d'organisation.

C'est l'une des méthodes les plus puissantes et les plus courante utilisées dans la recherche opérationnelle et des problèmes économiques.

Problème de maximisation

Une entreprise dispose de 3 machines M_1, M_2 et M_3 pour fabriquer 3 produits P_1, P_2 et P_3, pour fabriquer une unité de P_1 la machine M_1 utilisée pendant 1 heure la machine M_2 pendant 3 heures et M_3 pendant 1 heure.

Pour une unité de P_2, la machine M_1 utilisée pendant 3 heures, M_2 pendant 2 heures et M_3 pendant 3 heures.

Et pour une unité de P_3, la machine M_1 pendant 2 heures M_2 pendant 1 heure et M_3 pendant 4 heures.

La vente d'une unité de ces produits génère un profit (bénéfice) de 10 UH pour P_1, 14 UH pour P_2 et 12 UH pour P_3.

Sachant que la machine M_1 ne peut être utilisée plus de 40h/semaine, M_2 plus de 45h/semaine et M_3 plus de 38h/semaine.

Notes

2008 Janvier

Samedi		5	12	19	26
Dimanche		6	13	20	27
Lundi		7	14	21	28
Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	31
Vendredi	4	11	18	25	

Le problème est de déterminer la production totale des produits P_1, P_2 et P_3 qui assure à l'entreprise un profit maximum.

Variables principales

x_1 : nombre d'unités de produit P_1 à fabriquer en une semaine pour avoir un profit maximum.
x_2 : " " " P_2
x_3 : " " " P_3

	x_1 (P_1)	x_2 (P_2)	x_3 (P_3)	temps/semaine
M_1	1	3	2	40
M_2	3	2	1	45
M_3	1	3	4	38
Bénéfice (u.m)	10	14	12	/

Contraintes

1/ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 40$. le temp maximum de l'utilisat° de la machine M_1 par semaine.
2/ $3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 45$. " M_2 / semaine.
3/ $x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 38$. " M_3 / semaine.

fonction économique : $Z = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3$ [Max]

forme canonique

$x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$; $x_3 \geq 0$

1/ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 40$
2/ $3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 45$
3/ $x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 38$
$Z = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3$ [max]

Problème de minimisation

Une entreprise distributrice de l'électricité doit faire face à une commande de 1200 MW en utilisant des groupes de product° de puissances unitaires égales à 75 MW, 150 MW et 300 MW qui sont fabriquées par l'industrie nationale. La fabrication nationale ne permet pas de produire sur la période considérée plus de 2 unités de 300 MW et plus de 7 de 150 MW. Les coût d'acquisition de chaque groupe sont respectivement de 200 UM, 400 UM et 600 UM.

Déterminer le programme d'équipement de l'entreprise c.à.d le nombre d'unité de production de chaque type de groupe de manière à minimiser les dépenses d'investissement de l'entreprise.

	x_1	x_2	x_3
Puissance des groupes (MW)	75	150	300
Nbre d'unités pouvant être fabriqué		7	2
Prix d'acquisition de chq groupe (UM)	200	400	600

Soit x_1, x_2, x_3 le nombre respectif des groupes à 75 MW, 150 MW et 300 MW à acquérir pour obtenir une puissance d'au moins 1200 MW.

Contraintes :

1/ $x_2 \leq 7$. quantité maximale pouvant être produite par l'industrie nationale.
2/ $x_3 \leq 2$

3/ $75x_1 + 150x_2 + 300x_3 \geq 1200$: demande minimale d'énergie requise par l'industrie

fonction économique

$Z = 200x_1 + 400x_2 + 600x_3$ [Min]

2008 Février

Samedi		2	9	16	23
Dimanche		3	10	17	24
Lundi		4	11	18	25
Mardi		5	12	19	26
Mercredi		6	13	20	27
Jeudi		7	14	21	28
Vendredi	1	8	15	22	29

السبت Samedi Saturday **2** فيفري FÉVRIER 33-333

الأحد Dimanche Sunday **3** فيفري FÉVRIER 34-332

الإثنين Lundi Monday **4** فيفري FÉVRIER 35-331

forme économique du programme linéair

$$
\begin{cases}
x_1 \geq 0 \, , \; x_2 \geq 0 \, , \; x_3 \geq 0 \\
x_2 \leq 7 \\
x_3 \leq 2 \\
75\, x_1 + 150\, x_2 + 300\, x_3 \geq 1200 \\
Z = 200\, x_1 + 400\, x_2 + 600\, x_3
\end{cases}
$$

Notes

Notes

Notes

Résolution d'un problème de maximisation [Max]

Une entreprise a la possibilité de fabriquer deux produits P_1 et P_2 sur la machine M_1, cette machine ne peut être utilisée plus de 40h/semaine, le rendement de la machine est de 15 articles/heure de chaque un des deux produits grace à une étude de marché.

On sait que les possibilités de vente ne dépassent pas 400 articles pour P_1 et 300 articles pour P_2 / semaine.

Le profit net par article est de 2 UM pour P_1 et de 5UM pour P_2.

Repartir les capacités de production entre les deux produits de façon à maximiser le profit de l'entreprise.

a/ Résolution par un raisonnement économique

	P_1	P_2
Profit	2UM	5UM
articles	400	300

x_1, x_2 : nombre d'unité de produits P_1 et P_2 pour avoir un profit maximum.

$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$

$x_1 \leq 400$
$x_2 \leq 300$: quantité maximale des articles produits par semaine.

15 articles $\rightarrow$ 1h

$(x_1 + x_2) \rightarrow t = (x_1 + x_2)/15$; $\frac{x_1 + x_2}{15} \leq 40$

$x_1 + x_2 \leq 600$

Notes

$Z = 2x_1 + 5x_2$ [Max]

Notes

2008
Février

Samedi		2	9	16	23
Dimanche		3	10	17	24
Lundi		4	11	18	25
Mardi		5	12	19	26
Mercredi		6	13	20	27
Jeudi		7	14	21	28
Vendredi	1	8	15	22	29

1/ puisque ; profit sur une unité de P_2 > profit sur une unité de P_1
nbre de produits P_2 à vendre = 300 articles = x_2

2/ Le temps de fabrication des 300 articles P_2
$t_2 = \frac{300}{15} = 20$ heures ; ;

3/ Le temps restant pour la fabrication de x_1 produit P_1
$t_1 = 40 - 20 = 20$ heures

4/ nbre d'articles x_1 de P_1 à fabriquer
$x_1 = 16 \times 20 = 300$ articles
$Z = 2 \times 300 + 5 \times 300 = 2100$ UM

Pour fixer un profit de maximisation il faut 600 UM pour P_1 et 1500 UM pour P_2.

b/ Résolution par la méthode graphique

Il est possible de trouver au programme linéaire une solution en procédant à une énumération totale à cet effet. il suffit de choisir une pair de valeur non négative pour les variables de décision (variables principales x_1 et x_2) qui satisfont les contraintes est dans la fonction économique (pour toute les pairs x_1 et x_2)
La solution optimale sera constituée par la pair (x_1, x_2) qui donnera une valeur maximale à la fonction économique Z, cette technique s'avère fastidieuse donc pas toujours efficace sauf pour les problèmes où il n'y a que des variables de décisions.

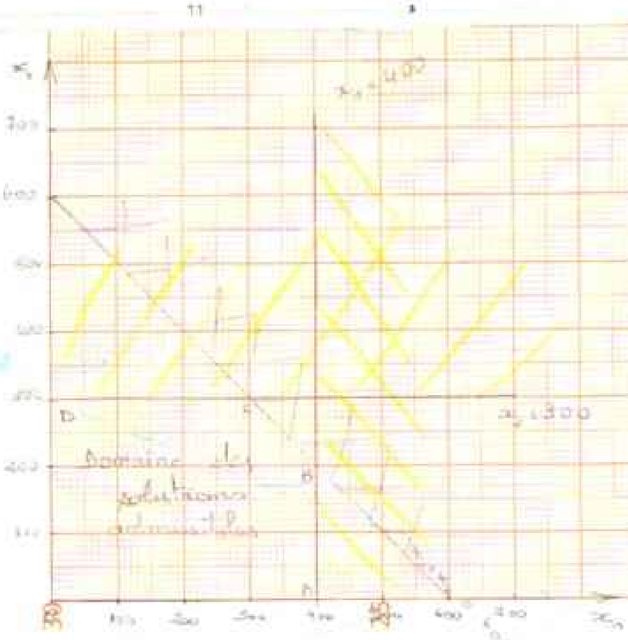
Il est possible d'obtenir un ensemble de solution admissible ou acceptable qui va permettre le choix de la meilleur solution à un nombre restrain de solution candidate, cette technique s'effectue en 4 étapes :

a/ Représentation graphique des contraintes y compris les contraintes de non négativité.

b/ Détermination de l'ensemble des solution admissible ou encore du domaine des solutions acceptables.

c/ Représentation graphique de la fonction économique ou bien énumération de toute les solutions candidates.

d/ Détermination de l'Opti



<u>solut° candidates</u> $Z = 2x_1 +$

$O = \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ Z = 0 \end{cases}$ $A = \begin{cases} x_1 = 400 \\ x_2 = 0 \\ Z = 800 \end{cases}$

$B = \begin{cases} x_1 = 400 \\ x_2 = 200 \\ Z = 1800 \end{cases}$ $C = \begin{cases} x_1 = 300 \\ x_2 = 300 \\ Z = 2100 \end{cases}$

$D = \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 300 \\ Z = 1500 \end{cases}$ Optimale

On glisse la droite Z vers jusqu'à l'obtent° d'un seul

<u>Pour commenter les résultats</u>

Le point C correspond au maximum de la fonction économique ainsi l'entreprise doit produire $x_1 = 300$ articles du P_1 / semaine et $x_2 = 300$ articles du produit P_2 / semaine elle réalisera un profit maximum de 2100 UM / semaine.

2008 Février

Samedi		2	9	16	23
Dimanche		3	10	17	24
Lundi		4	11	18	25
Mardi		5	12	19	26
Mercredi		6	13	20	27
Jeudi		7	14	21	28
Vendredi	1	8	15	22	29

Notes Notes

سبت
Samedi
Saturday
فيفري

17
FÉVRIER 48-318

الإثنين
Lundi
Monday
فيفري

18
FÉVRIER 49-317

Exemple ①

$$\begin{cases} x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \\ x_1 \leq 4 \\ x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ Z = 2x_1 + 5x_2 \ \text{[Max]} \end{cases}$$

Exemple ② Sur feuille

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \ ; \ x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 15 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 60 \\ Z = 3x_1 + 2x_2 \ \text{[Max]} \end{cases}$$

a/ Déterminer la solution graphique optimale.
b/ Que se passe t'il pour la solution optimale si la fonction économique devient $Z' = 4x_1 + 5x_2$ [Max]
c/ Comment sera affecter la solution si une nouvelle contrainte venait à être ajoute

Théorème.

Si le domaine acceptable est un ensemble convexe fermé (il faut des inégalités au sens large "$\geq$ $\leq$") une solution existe, * si la région est convexe non fermé
• Pour un problème de maximisation → pas de solution.
• Pour un problème de minimisation → il y en a plusieurs.

* Si le domaine est fermé - s'il y a une solution alors elle se trouve sur la frontière,
s'il y a deux solutions alors il existe une infinité (doit être une bornée)

Toute solution vérifie au moins une contrainte et les sommets vérifient au moins deux contraintes.

Notes

Notes

Notes

Problème "4"

Un atelier mécanique dispose de 4 machines M_1, M_2, M_3 et M_4, avec ces machines l'atelier peut fabriquer 5 produits P_1, P_2, P_3, P_4 et P_5 demandés par le marché. Le processus technologique de fabrication de ces produit donne le temps de travail en heur sur chaque machine correspondant au différentes étapes de fabrication.

	M_1	M_2	M_3	M_4	Profit net (DA) par produit (un)
P_1	0,5	1	0,7	1,2	26
P_2	1,2	0,8	1	0,4	42
P_3	0	0,6	0,9	0,5	48
P_4	0,6	1	1,5	10	64
P_5	0,8	0,3	0	1,2	31
Temps disponible / mois (h)	130	150	115	142	

Les économistes ont effectués une étude donnant le profit réalisé par unité de produit.

Le problème est de déterminer le programme de production soit le nombre d'unité de produit à fabriquer par mois en réalisant un profit maximum compte tenu du temps de travail disponible sur chaque machine.

Variables principales

Soit x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 les quantités à produire par mois des produits respectives P_1, P_2, P_3, P_4, P_5

Contraintes

$$\begin{cases} 0{,}5x_1 + 1{,}2x_2 + 0{,}6x_4 + 0{,}8x_5 \le 130 \\ x_1 + 0{,}8x_2 + 0{,}6x_3 + x_4 + 0{,}3x_5 \le 150 \\ 0{,}7x_1 + x_2 + 0{,}9x_3 + 1{,}5x_4 \le 115 \\ 1{,}2x_1 + 0{,}4x_2 + 0{,}5x_3 + 10x_4 + 1{,}2x_5 \le 142 \end{cases}$$

: temps optimum d'utilisation de la machine M_i par mois par heure.

Fonction économique

$Z = 96x_1 + 72x_2 + 48x_3 + 64x_4 + 81x_5$ [Max] = profit net réalisé par les produits pr avoir un maximum.

Forme économique

$$\begin{cases} x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0,\ x_4 \ge 0,\ x_5 \ge 0 \\ 0{,}5x_1 + 1{,}2x_2 + 0{,}6x_4 + 0{,}8x_5 \le 130 \\ x_1 + 0{,}8x_2 + 0{,}6x_3 + x_4 + 0{,}3x_5 \le 150 \\ 0{,}7x_1 + x_2 + 0{,}9x_3 + 1{,}5x_4 \le 115 \\ 1{,}2x_1 + 0{,}4x_2 + 0{,}5x_3 + 10x_4 + 1{,}2x_5 \le 142 \\ Z = 96x_1 + 72x_2 + 48x_3 + 64x_4 + 81x_5 \quad [\text{Max}] \end{cases}$$

Si les probabilités des ventes de ces produits sont respectivement égales à 0,4, 0,8, 0,75, 0,3, 0,95, nous introduirons cette nouvelle donnée en pondérant la fonction économique qui devient $Z' = 0{,}4 \times 96x_1 + 0{,}8 \times 72x_2 + 0{,}75 \times 48x_3 + 0{,}3 \times 64x_4 + 0{,}95 \times 81x_5$

Notes

Notes

Notes

Problème 2 :

Pour l'ouverture de son restaurant le propriétaire projete de faire une compagne de publicité dans les divers média, il dispose d'un budjet de 40 000 UM.

Quatre possibilités d'annonces s'offrent à lui :

1- un passage publicitaire à la télévision.
2- une annonce radiophonique.
3- Un placard publicitaire dans un journal.
4- Un dépot de dépliant publicitaire dans les boites aux lettres.

Le restaurataire (patron) veut toucher aussi bien les familles dont le revenu annuelle est au dessus et au dessous de 200.000 UM.

Le nombre de famille qui peut être toucher par chaque catégorie de média ainsi que le coût sont présentés dans le tableau suivant :

Type de médias	Coûts de la Publicité (UM) (par unité)	Nbre de famille revenu ≤ 200 000 UM	Nbre de famille revenu > 200 000 UM
Télévision	5000	4000	1500
Radio	2000	1000	2000
Placard pub	600	800	500
Dépliant	1	3	4

Notes

2008 Février

Samedi		2	9	16	23
Dimanche		3	10	17	24
Lundi		4	11	18	25
Mardi		5	12	19	26
Mercredi		6	13	20	27
Jeudi		7	14	21	28
Vendredi	1	8	15	22	29

Le restaurateur s'impose les contraintes suivantes pour que la compagne publicitaire soit équilibrée.

1- Le budget aloué aux messages par voie télévisuelle et radiophonique ne doit pas dépasser 80% du total (40 000)

2- Il faut qu'au moins 10 milles famille dont le revenu est au dessus de 200 milles UM soit toucher par la publicité et au moins 20 milles famille dont le revenu est inférieur à 200 milles U.M soit exposé aux messages publicitaires

3- Le nbre de passage publicitaire à la télévision ne doit pas excède 3 passages.

4- Le nbre de placard publicitaire dans le journal doit être au moins égale à celui des passages publicitaire dans la télévision et la radio réuni.

Variables principales

Soit x_1 le nbre de passage publicitaire à la télévision
x_2 " " " " à la radio.
x_3 " de placard " de le journal
x_4 " de dépliant met dans les boites aux lettres

Fonction économique

$Z = (4000 + 1500)\, x_1 + (1000 + 600)\, x_2 + (800 + 500)\, x_3 + (3+4)\, x_4$ [Max]

$Z = 5500\, x_1 + 1600\, x_2 + 1300\, x_3 + 7\, x_4$ [Max]

Contraintes

Notes

$5000\, x_1 + 2000\, x_2 \leq 40\,000 \times 0{,}6$

$1500\, x_1 + 600\, x_2 + 500\, x_3 + 4\, x_4 \geq 10\,000$

$4000\, x_1 + 1000\, x_2 + 800\, x_3 + x_4 \geq 20\,000$

$x_1 \leq 3$

$x_3 \geq x_1 + x_2$

الثلاثاء
Mardi
Tuesday
4
مارس MARS 64-302

الأربعاء
Mercredi
Wednesday
5
مارس MARS 65-301

الخميس
Jeudi
Thursday
6
مارس MARS 66-300

forme canonique

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0$

$5000\,x_1 + 2000\,x_2 \leq 24000$

$1500\,x_1 + 600\,x_2 + 500\,x_3 + 4\,x_4 \geq 10000$

$4000\,x_1 + 1000\,x_2 + 800\,x_3 + x_4 \geq 20000$

$x_1 \leq 3$

$x_3 \geq x_1 + x_2$

$Z = 5300\,x_1 - 1600\,x_2 + 1300\,x_3 + 7\,x_4$ [Max]

الجمعة
Vendredi
Friday
7
مارس MARS 67-299

2008
Mars

Samedi	1	8	15	22	29
Dimanche	2	9	16	23	30
Lundi	3	10	17	24	31
Mardi	4	11	18	25	
Mercredi	5	12	19	26	
Jeudi	6	13	20	27	
Vendredi	7	14	21	28	

Notes

Notes

Forme standard d'un programme linéair.

On dit qu'un programme linéaire est mit sous forme standard si toute les contraintes en dehors des contraintes de non négativités sont des égalités.

On peut toujours mettre un programme linéaire quelconque sous forme standard en introduisant des variables sublimentaires appelées : variables d'écart.

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \\ x_1 - x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 4 \\ -x_1 + 6x_2 = 10 \\ Z = 5x_1 - 3x_2 \quad [\text{Max}] \end{cases}$$

⟸ Forme canonique

Forme Standard ⟹

$$\begin{cases} \overbrace{x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0}^{\text{variables principale}}, \; \overbrace{x_3 \geq 0, \; x_4 \geq 0}^{\text{variables d'écart}} \\ x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_4 = 4 \\ -x_1 + 6x_2 = 10 \\ Z = 5x_1 - 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 \quad [\text{Max}] \end{cases}$$

exemple :

F.C : $x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0$

$x_1 \leq 400$

$x_2 \leq 300$

$x_1 + x_2 \leq 600$

$Z = 2x_1 + 5x_2 \quad [\text{Max}]$

F.S : $\overbrace{x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0}^{V.P}, \; \overbrace{x_3 \geq 0, \; x_4 \geq 0, \; x_5 \geq 0}^{V.E}$

$x_1 + x_3 = 400$

$x_2 + x_4 = 300$

$x_1 + x_2 + x_5 = 600$

$Z = 2x_1 + 5x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \quad [\text{Max}]$

Notes Notes Notes

Dans la solution graphique (solution obtenues) nous avons supposé que x_1, x_2 sont égales à 0 puisque c'est une solution évidente et le problème a été résolu avec les autres variables en annulant à chaque fois variable pour obtenir 3 équations 3 inconnues.

Le nbre de possibilités qui sont offertes pour la résolution de ce système.

Tableau des solutions :

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Z	Point
0	0	400	300	600	0	"O"
0		0			solut° impossible	
0	300	400	0	300	1500	"D"
0	600	400	$\boxed{-300}$	0	Solut° irréalisable car $x_4 < 0$	
400	0	0	300	200	800	"A"
	0		0		Solut° impossible	
600	0	$\boxed{-200}$		0	solut° irréalisable car $x_3 < 0$	
400	300	0	0	$\boxed{-150}$	"	" $x_5 < 0$
400	200	0	100	0	1800	"B"
300	300	100	0	0	$\boxed{2100}$	"C"

L'optimum

nbre de combinaison = $\dfrac{(\text{nbre de Variable})!}{(\text{nbre d'Inconnu})!(\text{nbre V} - \text{V I})!}$

On considère le programme linéaire sous forme standard de type :

$$\begin{cases} x_j \geq 0 & \forall j = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j & i = 1, \dots, m \\ \text{Maximiser } z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \end{cases}$$

n : nbre de variables — i = ligne

m : nbre d'équations — j = colonne.

Si : $m = n$: il existe toujours une solution qui sera unique.

Si : $n > m$ le problème se pose car il existe une infinité de solution et pas seulement une mais il en existe une qui est une optimale.

On pose les $(n-m)$ variables $= 0$, il reste n variables et m équations qui peuvent être résolu.

En examinant chaque possibilité de sélectionner les $(n-m)$ variables des n variables et les poser $= 0$ puis résoudre le système, la solution sera parmi toute ses solutions.

Les $(n-m)$ variables sont appelées variables hors base ou variables non basique et les m variables restantes sont appelées variables de base ou basique.

L'ensemble des deux forme la base.

La solution des équations impliquant la base est dite solution basique.

Si les valeurs des solutions basiques ne sont pas (-) et vérifie les contraintes du problème, la solution est dite solution basique réalisable / La solution optimale est parmis ses solutions.

La solution optimale est obtenue lorsqu'en continuant le processus, un point est atteint de tel sorte qu'aucune amélioration de la fonction économique ne peut se faire.

Méthode de resolution d'un PL de maximisat

Méthode Algébrique de substitution . exposé de DANTZIG

Principe :

1- Dresser la forme canonique du problème posé.

2- Passer de la forme canonique à la forme standard en transformant les inéquations en équations, en introduisant les variables d'écart.

3- Posser la solution extrême de base en utilisant d'abord les variables réelles comme variables hors base c.à.d des variables nulles, les autre variables non nulles obtenus (variables d'écart) constituent les variables de base à ce stade la fonction économique est nulle.

4- Passer à la 1ère itération afin de trouver une solution de base meilleur c.à.d améliorer la fonction économique.

Pour y parvenir on selectionera une variable entrante et une variable sortante selon les critères de DANTZIG.

a) critère d'entrée

La variable entrante est celle qui dans la fonction économique présente le coefficient (+) le plus élevé b/ Critère de sortie

La variable sortante est celle qui correspond au plus petit rapport (+) des rapport des second membre, des contraintes au coefficient de la variable entrante (L'infini et les coefficients (-) sont exclus)

5. On arrête les différentes itérations dès que la fonction économique ne contient plus que des coefficients négatifs ou nuls.

$$(S_1)\begin{cases} x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \\ 2x_1 + x_2 \leq 140 \\ x_1 + x_2 \leq 104 \\ 5x_1 + 3x_2 \leq 360 \\ Z = 7x_1 + 4x_2 \quad [\text{Max}] \end{cases} \qquad \begin{cases} \overbrace{x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0}^{V.P},\ \overbrace{x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ x_5 \geq 0}^{V.E} \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 140 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 104 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_5 = 360 \\ Z = 7x_1 + 4x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \quad [\text{Max}] \end{cases}$$

forme canonique $\Longrightarrow$ forme standard

Solution extrême de base : $\begin{cases} VHB : x_1 = 0,\ x_2 = 0 \\ VB : x_3 = 140 \\ \quad x_4 = 104 \\ \quad x_5 = 360 \\ Z = 0 \end{cases}$

x_1 est la variable entrante car le coefficient de $x_1 >$ coeff x_2 avec $x_2 = 0$

Recherche de variable sortante.

$$(S_2)\begin{cases} x_3 = 140 - 2x_1 - x_2 \\ x_4 = 104 - x_1 - x_2 \\ x_5 = 360 - 5x_1 - 3x_2 \\ Z = 7x_1 + 4x_2 \end{cases}$$

$x_2 = 0 \Rightarrow$

$$(S_3)\begin{cases} x_3 = 140 - 2x_1 \\ x_4 = 104 - x_1 \\ x_5 = 360 - 5x_1 \\ Z = 7x_1 \end{cases} \Rightarrow (S_4)\begin{cases} x_3 \geq 0 \\ x_4 \geq 0 \\ x_5 \geq 0 \\ Z = 7x_1 \end{cases}$$

donc (S_3) $\begin{cases} 140 - 2x_1 \geq 0 \\ 104 - x_1 \geq 0 \\ 360 - 5x_1 \geq 0 \\ Z = 7x_1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ (S_4) $\begin{cases} x_1 \leq 70 \\ x_1 \leq 104 \\ x_1 \leq 72 \end{cases}$

La valeur à atteindre est $x_1 = \max(x_1) = \text{Min}\{70, 72, 104\} = 70$
on remplace dans (S_3) on trouve

(S_4) $\begin{cases} x_3 = 0 \leftarrow \text{variable sortante} \\ x_4 = 34 \\ x_5 = 10 \\ Z = 490 \end{cases}$

Solution de la 1ère itération : $\begin{cases} VHB & x_2 = 0,\ x_3 = 0 \\ VB & x_1 = 70 \\ & x_4 = 34 \\ & x_5 = 10 \\ & Z = 490 \end{cases}$

L'équation d'échange est celle qui donne la variable sortante $(x_3 = 140 - 2x_1 - x_2)$
on tire la variable de base $x_1 = (140 - x_2 - x_3)/2$

$\begin{cases} x_4 = 104 - 70 + \frac{x_2}{2} + \frac{x_3}{2} - x_2 \\ x_5 = 360 - 5\times 70 + \frac{5}{2}x_2 + \frac{5}{2}x_3 - 3x_2. \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x_4 = 34 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 \\ x_5 = 10 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{5}{2}x_3 \end{cases}$ et $Z = 490 + \frac{1}{2}x_2 - \frac{7}{2}x_3$

x_2 est la variable entrante car $\frac{1}{2} > \left(-\frac{7}{2}\right)$ → négatif
avec $x_3 = 0$.

Notes

$\begin{cases} x_1 = 70 - \frac{1}{2}x_2 \geq 0 \\ x_4 = 34 - \frac{1}{2}x_2 \geq 0 \\ x_5 = 10 - \frac{1}{2}x_2 \geq 0 \\ Z = 490 + \frac{1}{2}x_2 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x_2 \leq 140 \\ x_2 \leq 68 \\ x_2 \leq 20 \\ Z = 490 + \frac{1}{2}x_2 \end{cases}$

2008
Mars

Samedi	1	8	15	22	29
Dimanche	2	9	16	23	30
Lundi	3	10	17	24	31
Mardi	4	11	18	25	
Mercredi	5	12	19	26	
Jeudi	6	13	20	27	
Vendredi	7	14	21	28	

max $x_2 = \text{Min}\{20, 67, 140\} = 20$

- On remplace alors : $x_2 = 20$ donc ⟹ $x_1 = 60$, $x_4 = 24$, $x_5 = 0$, $Z = 500$

Variable sortante ⟶ $x_5 = 0$

L'équation d'échange : $x_5 = 10 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{5}{2}x_3$

Solution de la 2^ème itération :

$$\begin{cases} VHB : x_3 = 0,\ x_5 = 0 \\ VB : x_1 = 60 \\ x_2 = 20 \\ x_4 = 24 \\ Z = 500 \end{cases}$$

On tire la variable de base : $x_2 = 20 + 5x_3 + 2x_5$

et on remplace : $x_1 = 70 - 10 - \frac{5}{2}x_3 - x_5 - \frac{1}{2}x_3$

$x_4 = 34 - 10 - \frac{5}{2}x_3 - x_5 + \frac{1}{2}x_3$

$$\begin{cases} x_2 = 20 + 5x_3 + 2x_5 \\ x_1 = 60 - 3x_3 + x_5 \\ x_4 = 24 - 2x_3 + x_5 \\ Z = 500 - x_3 - x_5 \end{cases}$$

Les coefficients de la fonction

on ne peut plus améliorer la fonction économique et la solut° optimale est donc la solution de la 2ᵉ itération.

VHB : $x_3 = 0$; $x_5 = 0$

VB : $x_1 = 60$

$x_2 = 20$

$x_4 = 24$

$Z = 500$

Notes

Notes

Notes

الثلاثاء Mardi Tuesday **1** أفريل AVRIL 92-274	الأربعاء Mercredi Wednesday **2** أفريل AVRIL 93-273	الخميس Jeudi Thursday **3** أفريل AVRIL 94-272

Travail à faire

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6000 \\ x_1 + 4x_2 \leq 10\,000 \\ Z = 3.5x_1 + 5x_2 \quad [\text{Max}] \end{cases}$$

$\Rightarrow$ La forme standard

$$\begin{cases} \overbrace{x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0}^{V.P} \; ; \; \overbrace{x_3 \geq 0, \; x_4 \geq 0}^{V.E} \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6000 \\ x_1 + 4x_2 + x_4 = 10\,000 \\ Z = 3.5x_1 + 5x_2 + 0x_3 + 0x_4 \quad [\text{Max}] \end{cases}$$

* Solution extrême de base $\Rightarrow$

V.H.B : $x_1 = 0$; $x_2 = 0$

V.B : $x_3 = 6000$

$x_4 = 10000$

$Z = 0$

الجمعة Vendredi Friday **4** أفريل AVRIL 95-271

x_2 est la variable entrante car le coef est le plus grand $/ x_1 = 0$

cherchons la variable sortante ?

$$\begin{cases} x_3 = 6000 - 2x_1 - x_2 \\ x_4 = 10000 - x_1 - 4x_2 \\ Z = 3.5x_1 + 5x_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = 6000 - x_2 \\ x_4 = 10000 - 4x_2 \\ Z = 5x_2 \end{cases}$$

avec : $x_3 \geq 0$ et $x_4 \geq 0$.

$$\Leftrightarrow \text{ et } \begin{cases} x_2 \leq 6000 \\ x_2 \leq 2500 \\ Z = 5x_2 \end{cases}$$

$x_2 = \min\{6000, \underline{2500}\} = 2500$

2008

Avril

Samedi		5	12	19	26
Dimanche		6	13	20	27
Lundi		7	14	21	28
Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	
Vendredi	4	11	18	25	

Notes

donc :
$$\begin{cases} x_2 = 2500 \\ x_4 = 0 \\ Z = 12500 \end{cases}$$
$\leftarrow$ Variable sortante

* Solution de la 1ère itération

V.H.B : $x_1 = 0$; $x_4 = 0$
V.B : $x_2 = 2500$
$x_3 = 3500$
$Z = 12500$

Équation d'échange : $x_4 = 10000 - 4x_2 - x_1$

on tire :
$$\begin{cases} x_2 = 2500 - \frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_4 \\ x_3 = 6000 - 2x_1 - 2500 + \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_4 \\ Z = 3{,}5x_1 + 5(2500 - \frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = 2500 - \frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_4 \\ x_3 = 3500 + \frac{1}{4}x_4 - \frac{7}{4}x_1 \\ Z = 2{,}25x_1 - \frac{5}{4}x_4 + 12500 \end{cases}$$

x_1 est la variable entrante et $x_4 = 0$, cherchons la variable sortante.

$$\begin{aligned} x_2 &= 2500 - \tfrac{1}{4}x_1 \geq 0 \\ x_3 &= 3500 - \tfrac{7}{4}x_1 \geq 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x_1 \leq 10000 \\ x_1 \leq 2000 \end{cases}$$

$Z = 2{,}25 \times 2000 + 12500 = 17000$

$x_2 = 2500 - 500 = 2000$

$x_3 = 3500 - \frac{7}{4} \times 2000 = 0$ x_3 la variable sortante.

* Solution de la 2ème itération

V.H.B : $x_3 = 0$, $x_4 = 0$
V.B : $x_1 = 2000$, $x_2 = 2000$
$Z = 17000$

Équation d'échange : $x_3 = 3500 - \frac{7}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_4$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{4}{7}x_3 + \frac{1}{7}x_4 + 2000$$

$$x_2 = 2x_1 + x_3 + 6000$$

$$x_2 = 1{,}5x_3 + 2x_4 + 3500.$$

$$Z = 2{,}25(-\frac{4}{7}x_3 + \frac{1}{7}x_4 + 2000) - \frac{5}{4}x_4 + 12500$$

$$Z = 17000 - \frac{9}{7}x_3 - \frac{13}{14}x_4$$

Z contient des coefficients négatif, on ne peut pas améliorer la fonction économique. Donc la solution est de la 2ème itération.

Notes

Résolution d'un P.L de maximisation par la méthode de l'algorithme du simplexe.

L'algorithme du simplexe a été ~~proposé~~ proposé en 1945 par DANTZIG comme méthode de résolution des P.L. La solution optimale est approchée par étape pour itération successif ; chaque étape correspond au calcul de la valeur de la fonction économique d'une solution comme il existe une infinité de solution admissible la méthode propose de n'explorer qu'un nbre limité de solution parmi lesquelles se trouve certainement la solution optimale.

Principe de la méthode

1- Établir la forme canonique du P.L
2- " " standard du P.L
3- tableau N° 0 : recherche de la solution extrême de base. Les variables d'écart sont considérées dès départ comme variables principales ou bien variables dans la base. Les variables réelles sont donc les variables hors base. La fonction économique est alors égale à 0.

À partir du tableau N° 0, on prépare le tableau N° 1 en choisissant respectivement la colonne de la variable entrante, la ligne de la variable sortante et le pivot :

La colonne entrante : correspond au coefficient le plus élevé dans la fonction économique. La colonne de la variable entrante est appelée pivot.

La ligne de la variable sortante : correspond au plus petit rapport positif issu de la division de la colonne 2ème membre par la colonne de la variable entrante. Cette ligne prend le nom de ligne pivot.

2008 Avril

Samedi		5	12	19	26
Dimanche		6	13	20	27
Lundi					28
Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	
Vendredi	4	11	18	25	

Notes

Le pivot : se trouvera à l'intersection de la colonne pivot et la ligne pivot.

Il s'agira ensuite de rendre la colonne pivot unitaire et chaque itération s'arrête lorsque la colonne pivot est devenue unitaire.

4- On construit les différents tableaux jusqu'à ce que la fonct économique ne contient plus que des nbres négatif ou nul.

<u>Problème</u> Une entreprise fabrique deux type de serrures S_1 et S_2. S_1 étant de meilleure qualité que S_2. Le temps de fabrication de S_1 est deux fois plus grand pour S_2 et si toutes les serrures de type étaient de type S_2 l'entreprise peut produire 1000 U/jr. L'approvisionnement des matériaux ne permet pas une product totale supérieure à 800 unité / jour. L'étude du marché a révélé que l'on pourrait écouler 400 article (x_1) / jr et 700 article (x_2) / jrs.

Le profit net est de 2 UM pr S_1 et 1,5 UM pr S_2 par article.

- Déterminer le nbre de serrures de chaque type à fabriquer par jour de manière à maximiser le profit de l'entreprise.

* Par méthode graphique

x_1, x_2 : nbre d'unité de serrure de types S_1 et S_2 fabriqué / jrs

forme canonique

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \ ; \ x_2 \geq 0 \\ x_1 \leq 400 \\ x_2 \leq 700 \\ 2x_1 + x_2 \leq 1000 \\ x_1 + x_2 \leq 800 \\ Z = 2x_1 + 1{,}5x_2 \ [\text{Max}] \end{cases}$$

$x_1 \leq 400$, $x_2 \leq 700$: nbre maximal de serrure S_1 et S_2 pouvant être écoulé par jrs.

$x_1 + x_2 \leq 800$: nbre total ($S_1 + S_2$) max pouvant être produite par jrs dû à l'approvisionnement.

الثلاثاء
Mardi
Tuesday

15

أفريل AVRIL 106-260

الأربعاء
Mercredi
Wednesday

16

أفريل AVRIL 107-259

الخميس
Jeudi
Thursday

17

أفريل AVRIL 108-258

7 O $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ Z = 0 \end{cases}$

8

9 A $\begin{cases} x_1 = 400 \\ x_2 = 0 \\ Z = 300 \end{cases}$

10

11 B $\begin{cases} x_1 = 400 \\ x_2 = 200 \\ Z = 700 \end{cases}$

12

13 C $\begin{cases} x_1 = 200 \\ x_2 = 600 \\ Z = 1300 \end{cases}$

14

15 D $\begin{cases} x_1 = 100 \\ x_2 = 700 \\ Z = 1250 \end{cases}$

16

17 E $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 700 \\ Z = 1050 \end{cases}$

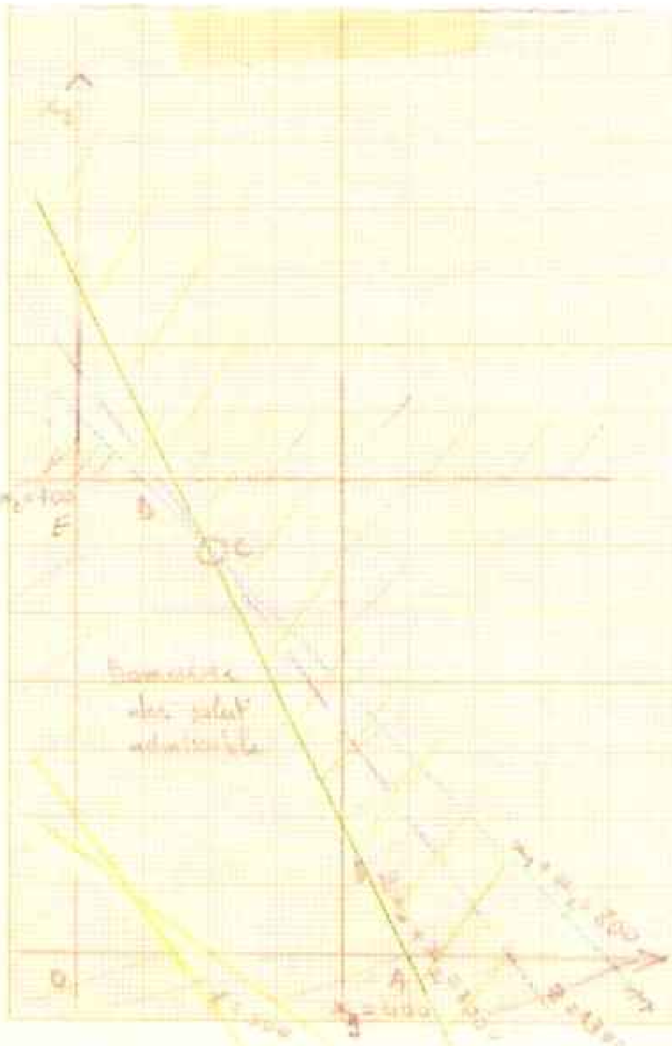
18

19

20

21

7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21



Notes

Notes

2008

Avril

Samedi		5	12	19	26
Dimanche		6	13	20	27
Lundi		7	14	21	28
Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	
Vendredi	4	11	18	25	

- Par la méthode de l'algorithme du simplexe

forme standard :

V.P : $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$; V.E : $x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ x_5 \geq 0,\ x_6 \geq 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 400 \\ x_2 + x_4 = 700 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 800 \\ 2x_1 + x_2 + x_6 = 1000 \\ Z = 2x_1 + 1{,}5x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 \ [\text{Max}] \end{cases}$$

Tableau N° 0

Vecteur entrant

Vecteur sortant

Base	C_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	d_i	d_i/a_{ie}
A_3	0	1	0	1	0	0	0	400	400
A_4	0	0	1	0	1	0	0	700	∞
A_5	0	1	1	0	0	1	0	800	800
A_6	0	2	1	0	0	0	1	1000	500
	C_j	2	1,5	0	0	0	0		
	Δ_j	2	1,5	0	0	0	0		

pivot

$\boxed{\Delta_j = C_j - \sum C_i a_{ij}}$ $\quad \Delta_1 = 2 - (0\times1 + 0\times0 + 0\times1 + 0\times2)$

donc : la solution extrême de base $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} x_i = d_i \\ Z = \sum C_i d_i \end{array}}$

V.H.B $x_1 = 0$; $x_2 = 0$

V.B $x_3 = 400$, $x_4 = 700$, $x_5 = 800$, $x_6 = 1000$

et $Z = 0$.

Tableau N° 1

vecteur unitair

On calcule les nouveaux vecteurs

Base	C_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	d_i	d_i/a_{ie}
A_1	2	1	0	1	0	0	0	400	∞
A_4	0	0	1	0	1	0	0	700	700
A_5	0	0	1	-1	0	1	0	400	400
A_6	0	0	1	-2	0	0	1	200	200
	C_j	2	1,5	0	0	0	0		
	Δ_j	0	1,5	-2	0	0	0		

→ Vecteur sortant

→ Vecteur entrant

الثلاثاء Mardi Tuesday **22** أفريل AVRIL 113-253 | الأربعاء Mercredi Wednesday **23** أفريل AVRIL 114-252 | الخميس Jeudi Thursday **24** أفريل AVRIL 115-251

La solution de la 1ère iteration →

$x_1 = 400$; $x_4 = 700$
$x_5 = 400$, $x_6 = 200$
$x_2 = 0$, $x_3 = 0$
et $Z = 800$

Tableau N° 2

vecteur entrant

Base	C_j	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	d_i	d_i/a_{ik}
A_1	2	1	0	1	0	0	0	400	400
A_4	0	0	0	2	1	0	-1	500	250
A_5	0	0	0	1	0	1	-1	200	200
A_2	1,5	0	1	-2	0	0	1	200	-100
	C_j	2	1,5	0	0	0	0		
	Δ_j	0	0	-1	0	0	-3/2		

→ vecteur sortant

donc la solution de la 2è iteration

$\begin{cases} x_1 = 400 \text{ , } x_4 = 500 \text{ ; } x_5 = 200 \text{ , } x_2 = 200 \\ x_3 = 0 \text{ ; } x_6 = 0 \quad \text{et } Z = 1100 \end{cases}$

الجمعة Vendredi Friday **25** أفريل AVRIL 116-250

Tableau N° 3

Base	C_j	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	d_i	d_i/a_{ik}
A_1	2	1	0	0	[illegible]	-1	1	200	
A_4	0	0	0	0	1	-2	1	100	
A_3	0	0	0	1	0	1	-1	200	
A_2	1,5	0	1	0	0	2	-1	600	
	C_j	2	1,5	0	0	0	0		
	Δ_j	0	0	0	[illegible]	-1	$-\frac{1}{2}$		

Notes

Puisque $\Delta_j \leq 0$, l'optimum est atteint donc la solut° de la 3° iteration →

$x_1 = 200$
$x_4 = 100$
$x_3 = 200$
$x_2 = 600$

$Z = 1300$

2008

Avril

Samedi		5	12	19	26
Dimanche		6	13	20	27
Lundi		7	14	21	28
Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	
Vendredi	4	11	18	25	

السبت Samedi Saturday 26 أفريل AVRIL 117-249

الأحد Dimanche Sunday 27 أفريل AVRIL 118-248

الإثنين Lundi Monday 28 أفريل AVRIL 119-247

Rq : * Si $d_i = 0$ on pose $d_i = \varepsilon$
et on fait $d_i \to 0$

* Si $d_i < 0$ on multiplie le vecteur $\times (-1)$

Notes

Notes

Notes

الثلاثاء Mardi Tuesday **29** أفريل AVRIL 120-246	الأربعاء Mercredi Wednesday **30** أفريل AVRIL 121-245	الخميس Jeudi Thursday **1** ماي MAI 122-244

عيد الشغل Fête du travail

$y_1 \geq 0 \; ; y_2 \geq 0 \; ; y_3 \geq 0 \; ; y_4 \geq 0$

$3y_1 + 2y_2 + y_3 \leq 10$

$4y_1 + 3y_2 + 2y_3 + y_4 \leq 7$

$2y_1 + y_2 + 6y_3 + y_4 \leq 6$

$Z = 15y_1 + 9y_2 + 13y_3 + 5y_4$ [Max]

forme standard : $y_1 \geq 0 \; ; y_2 \geq 0 \; ; y_3 \geq 0 \; ; y_4 \geq 0 \; ; y_5 \geq 0 \; ; y_6 \geq 0 \; ; y_7 \geq 0$

$$\begin{cases} 3y_1 + 2y_2 + y_3 + y_5 = 10 \\ 4y_1 + 3y_2 + 2y_3 + y_4 + y_6 = 7 \\ 2y_1 + y_2 + 6y_3 + y_4 + y_7 = 6 \\ Z = 15y_1 + 9y_2 + 13y_3 + 5y_4 + 0y_5 + 0y_6 + 0y_7 \text{ [Max]} \end{cases}$$

Tableau N°:0

V.E

Base	c_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	d_i	d_i/a_{ie}
A_5	0	3	2	1	0	1	0	0	10	10
A_6	0	4	3	2	1	0	1	0	7	7/2
A_7	0	2	1	6	1	0	0	1	6	1
	C_j	15	9	13	5	0	0	0		
	Δ_j	15	9	13	5	0	0	0		

← V.S

الجمعة Vendredi Friday **2** ماي MAI 123-243

La solution extrême de base ⇒

VHB : $y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = 0$

VB : $y_5 = 10$

$y_6 = 7$

$y_7 = 6$

et $Z = 0$

Tableau N°:1

Base	c_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	d_i	d_i/a_{ie}
A_5	0	5/3	11/6	0	-1/6	1	0	1/6	9	27/5
A_6	0	8/3	8/3	0	4/3	0	1	-1/3	5	15/8
A_3	13	1/3	1/6	1	1/6	0	0	1/6	1	3
	C_j	15	9	13	5	0	0	0		
	Δ_j	9	6	0	2	0	0	-3		

V.S

V.E

2008 Mai

Samedi	31	3	10	17	24
Dimanche		4	11	18	25
Lundi		5	12	19	26
Mardi		6	13	20	27
Mercredi		7	14	21	28
Jeudi	1	8	15	22	29
Vendredi	2	9	16	23	30

La solution de la 1ère itération ⇒

VHB : $y_1 = y_2 = y_3 = y_7 = 0$
VB : $y_1 = 9$
$y_6 = 5/2$
$y_3 = 1$ $Z = 15$

Tableau N°: 2

Base	C_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	d_i	d_i/a_{ie}
A_5	0	0	-0,3	0	1,7	1	-0,3	0,3	5	-7,143
A_1	15	1	1,8	0	0,2	0	0,3	-0,3	3/2	7,5
(A_3	15	0	-0,3	1	0,1	0	-0,5	0,2	0,5	5) → 0,5
	C_j	15	9	15	5	0	0	0		
	Δ_j	0	-1,2	0	0,2	0	-2,7	-2,1		

La solution de la 2e itération ⇒

VHB : $y_2 = y_3 = y_6 = y_7 = 0$
VB : $y_5 = 5$
$y_1 = 3/2$
$y_3 = 1/2$; $Z = 31,5$

Tableau N°: 3

Base	C_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	d_i	d_i/a_{ie}
A_5	0	0	-1	7	0	1	-1,5	1,5	3,5	
A_1	15	1	1	-2	0	0	0,5	-0,5	0,5	
A_4	5	0	-1	10	1	0	-1	2	5	
	C_j	15	9	13	5	0	0	0		
	Δ_j	0	-1	-2	0	0	-2,5	-2,5		

Notes

puisque $\Delta_j \leq 0$ l'optimum est atteint donc.
La solution de la 3e itération est

VHB : $y_2 = y_3 = y_6 = y_7 = 0$
VB : $y_5 = 3,5$, $y_1 = 0,5$
$y_4 = 5$ et $Z = 32,5$

Résolution d'un PL [Min]

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \ ; \ x_2 \geq 0 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 6x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_2 \geq 2 \\ Z = 10x_1 + 30x_2 \ [\text{Min}] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \overbrace{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0}^{V.P}, \overbrace{x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0}^{V.E}, \overbrace{x_6 \geq 0, x_7 \geq 0, x_8 \geq 0}^{\text{variable Artificielle } V.A} \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_6 = 6 \\ 6x_1 + x_2 - x_4 + x_7 = 6 \\ x_2 - x_5 + x_8 = 2 \\ Z = 10x_1 + 30x_2 + 0x_4 + 0x_5 + Mx_6 + Mx_7 + Mx_8 \ [\text{Min}] \end{cases}$$

contrainte de non négativité

forme canonique → forme standard

Programme auxiliaire

Tableau N° : 0 → V.E

Base	C_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	d_i	d_i/a_{ie}
A_6	M	3	2	-1	0	0	1	0	0	6	2
A_7	M	6	1	0	-1	0	0	1	0	6	1
A_8	M	0	1	0	0	-1	0	0	1	2	∞
	C_j	10	30	0	0	0	M	M	M		
	Δ_j	$10-9M$	$30-4M$	M	M	M	0	0	0		

→ V.S

Critères d'entrée et de sortie

L'objectif est de diminuer Z donc à partir de la solut° de base donnée par le programme auxiliaire, on applique les deux principes de Dantzig, avec une nuance par rapport au problème de maximisation.

La sélection du vecteur colonne entrant dans la base se fait en choisissant le vecteur dont le Δ_j est le plus négatif, puisqu'il s'agit de minimiser et non de l'augmenter. On répète l'opération tant qu'il y a des $\Delta_j < 0$ le minimum est atteint lorsque tous les $\Delta_j \geq 0$.

Pour la ligne sortante, elle correspondra à celle qui a le rapport (d_i/a_{ie}) le plus petit positif.

Remarque :

Si deux lignes possède la même valeur d_i/a_{ie} la ligne sortante sera choisit pour la ligne contenant la variable artificielle.

Si $d_i = 0$ on remplace $d_i = \varepsilon$

La solution extrême de la base ⇒ $x_6 = 6$; $x_7 = 6$; $x_8 = 2$; $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$; $Z = 14M$

Tableau N° 1

V.E

Base	C_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	d_i	d_i/a_{ie}
A_6	M	0	3/2	1	1/2	0	1	-1/2	0	3	2
A_1	10	1	1/6	0	-1/6	0	0	1/6	0	1	6
A_8	M	0	1	0	0	-1	0	0	1	2	2
	C_j	10	30	0	0	0	M	M	M		
	Δ_j	0	$\frac{35}{3}-\frac{5M}{2}$	-M	$+\frac{5}{3}-\frac{M}{2}$	M	0	$\frac{3M}{2}-\frac{5}{3}$	0		

La solution de la 1ère itération ⇒ $x_6 = 3$; $x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_7 = 0$; $Z = 5M + 10$

Tableau N° 2

V.E

Base	C_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	d_i	d_i/a_{ie}
A_6	M	0	0	-1	-1/2	5/2	1	-1/2	-3/2	[illegible]	[illegible]
A_1	10	1	0	0	-1/6	1/6	0	1/6	-1/6	2/3	4
A_2	30	0	1	0	0	-1	0	0	1	2	-2
	C_j	10	30	0	0	0	M	M	M		
	Δ_j	0	0	M	$\frac{5}{3}-\frac{M}{2}$	$\frac{15}{3}-\frac{5M}{2}$	0	$\frac{3M}{2}-\frac{5}{3}$	$\frac{5M}{2}-\frac{35}{3}$		

الثلاثاء Mardi Tuesday 13 ماي MAI 134-232	الأربعاء Mercredi Wednesday 14 ماي MAI 135-231	الخميس Jeudi Thursday 15 ماي MAI 136-230

La solution de la 2ᵉ itération => $x_3 = 2\varepsilon$; $x_1 = 4/3$; $x_2 = 2$

$x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = 0$

$Z = \varepsilon M + \frac{20}{3} + 60$

$\Rightarrow Z = 200/3$

Tableau N° 3

V.E

Base	C_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	d_i	d_i/a_{ie}
A_5	0	0	0	$-2/3$	$+1/3$	1	$4/3$	$+1/3$	-1	$2/3\varepsilon$	$+2\varepsilon$
A_1	10	1	0	$4/3$	$-2/3$	0	$-1/3$	$-2/3$	0	$4/3 - 2/3\varepsilon$	$-3 + \frac{\varepsilon}{2}$
A_2	30	0	1	$-2/3$	$1/3$	0	$2/3$	$-1/3$	0	$2 + 1/3\varepsilon$	$6 + 2\varepsilon$
	C_j	10	30	0	0	0	M	M	M		
	Δ_j	0	0	$\frac{-20}{3}$	$\frac{-10}{3}$	0	$M - \frac{40}{3}$	$M + \frac{10}{3}$	M		

الجمعة Vendredi Friday 16 ماي MAI 137-229

La solution de la 3ᵉ itération => $x_5 = 2/3\varepsilon = 0$, $x_1 = 4/3 - 2/3\varepsilon = 4/3$

$x_2 = 2 + 1/3\varepsilon = 2$

$Z = 200/3$

Tableau N° 4

Base	C_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	d_i	d_i/a_{ie}
A_4	0	0	0	-2	1	3	2	-1	-3	2ε	
A_1	10	1	0	$-\frac{4}{3}$	0	$2/3$	$1/3$	0	$-2/3$	$2/3$	
A_2	30	0	1	0	0	-1	0	0	$1/3$	2	
	C_j	10	30	0	0	0	M	M	M		
	Δ_j	0	0	$-4/3$	0	$10/3$	$M - \frac{10}{3}$	M	$M - \frac{10}{3}$		

tout les $\Delta_j \geq 0$ donc l'optimum est obtenu

La solution de la 4ᵉ itération => $x_4 = 0$; $x_1 = 4/3$; $x_2 = 2$; $x_3 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = 0$

$Z = \frac{200}{3}$

Notes

Notes

2008

Mai

Samedi	31	3	10	17	24
Dimanche		4	11	18	25
Lundi		5	12	19	26
Mardi		6	13	20	27
Mercredi		7	14	21	28
Jeudi	1	8	15	22	29
Vendredi	2	9	16	23	30

السبت Samedi Saturday **17**	الأحد Dimanche Sunday **18**	الإثنين Lundi Monday **19**
ماي MAI 138-228	ماي MAI 139-227	ماي MAI 140-226

DUALITÉ

Primal

$$\begin{cases} \text{Trouver } x \geq 0 \\ Ax \leq q \\ \text{Max } cx \end{cases}$$

Dual

$$\begin{cases} \text{Trouver } y \geq 0 \\ yA \geq c \\ \text{Min } yc \end{cases}$$

La dualité ou la réciprocité de ces deux programmes consiste dans la possibilité de passer de l'un à l'autre de la façon suivante :

a. Les inconnus de l'un et de l'autre sont toutes positifs.
b. Les inconnus de l'un forme un vecteur colonne, et les inconnus de l'autre forme un vecteur ligne ou le contraire.
c. Les inégalités de l'un sont dans un sens et les inégalités de l'autre sont dans l'autre sens.
d. Le vecteur second membre des contraintes de l'un intervient comme vecteur coefficient dans la fonction à optimiser de l'autre.
e. La fonction économique de l'un est à maximiser, la fonct° économique de l'autre est à minimiser.
f. Les inconnus de l'un des problèmes sont en nombre égal au nombre des contraintes de l'autre et réciproquement.
g. Si l'un des programmes admet une solution optimale, l'autre en admet également et le maximum de l'un est le minimum de l'autre.

exemple

Primal :

$$x_1 \geq 0 \;,\; x_2 \geq 0 \;,\; x_3 \geq 0$$

$$\begin{array}{l} y_1 \\ y_2 \\ \\ \end{array} \begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 \leq q_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 \leq q_2 \\ Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 \; [\text{Max}] \end{cases}$$

Notes

Dual :

$$\begin{cases} y_1 \geq 0 \;,\; y_2 \geq 0 \\ a_{11} y_1 + a_{21} y_2 \geq c_1 \\ a_{12} y_1 + a_{22} y_2 \geq c_2 \\ a_{13} y_1 + a_{23} y_2 \geq c_3 \\ Z' = q_1 y_1 + q_2 y_2 \; [\text{Min}] \end{cases}$$

$$[Z'_{min}] = [Z_{max}]$$

Relation d'exclusion

La relation d'exclusion permet de déterminer la correspondance entre (~~les solutions~~) les variables du dual et primal.

Programme Primal	$\underbrace{x_1, x_2 \dots x_n}_{V.P}$	$\underbrace{x'_1, x'_2 \dots x'_m}_{V.E}$
Programme Dual	$\lvert\Delta'_1\rvert \; \lvert\Delta'_2\rvert \dots \lvert\Delta'_n\rvert$ $\underbrace{y'_1, y'_2 \dots y'_n}_{V.E}$	$\lvert\Delta_1\rvert \; \lvert\Delta_2\rvert \dots \lvert\Delta_m\rvert$ $\underbrace{y_1, y_2 \dots y_m}_{V.P}$

Les solutions du primal sont les coûts marginaux du dual en valeur absolue.
$x_1 = |\Delta'_1|$; $x_2 = |\Delta'_2|$
$x'_1 = |\Delta_1|$; $x'_2 = |\Delta_2|$

exemple

P.L. Primal :

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \; ; \; x_2 \geq 0 \; ; \; x_3 \geq 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 15 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 9 \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 \geq 13 \\ x_2 + x_3 \geq 5 \\ Z = 10x_1 + 7x_2 + 6x_3 \; [\text{Min}] \end{cases}$$

forme matricielle :

x_1	x_2	x_3	d_i
3	4	2	15
2	3	1	9
1	2	6	13
0	1	1	5
10	7	6	

y_1	y_2	y_3	y_4	d_j
3	2	1	0	10
4	3	2	1	7
2	1	6	1	6
15	9	13	5	

Dual :

$$\begin{cases} y_1 \geq 0 \; , \; y_2 \geq 0 \; , \; y_3 \geq 0 \; , \; y_4 \geq 0 \\ 3y_1 + 2y_2 + y_3 \leq 10 \\ 4y_1 + 3y_2 + 2y_3 + y_4 \leq 7 \\ 2y_1 + y_2 + 6y_3 + y_4 \leq 6 \\ Z = 15y_1 + 9y_2 + 13y_3 + 5y_4 \; [\text{Max}] \end{cases}$$

Notes

Théorie des graphes et problème d'ordonnancement

Introduction :

La théorie de graphe est une tentative de simulation continue des évenements, c'est par conséquent un outil de formalisation de situation réelle et cela en particulier (vie sociale, économique, politique ...) au moyen de dessins permettant d'exprimer de façon commode le problème posé et parfois même d'en suivre également la solution par un algorithme approprié.

Exemple de situation pouvant être traduit en graphe

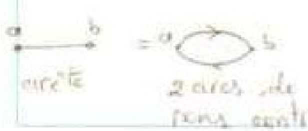
- Différentes tâches exécutées par une ménagère lors de la préparation d'un repas.
- Trafique routier.
- Expédition du pétrole brut depuis les régions productrices jusqu'aux raffineries des régions consommatrices.
- Réseau des voies ferrées.
- Rue d'une ville.
- Distribution de courrier.

Définition d'un graphe comme schéma

Un graphe G est constitué de deux ensembles :
- Un ensemble X d'éléments appelés sommets matérialisés par des points.
- Un ensemble U de lignes reliant deux sommets consécutifs

donc un graphe est noté G(X, U)

diagramme sagitale non valué orienté



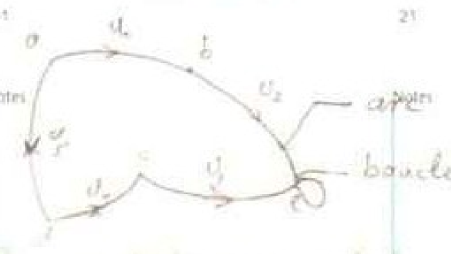


diagramme sagitale non orienté

Représentation sagitale

Définition d'un graphe comme relation binaire

Un graphe peut être défini de manière plus abstraite comme la donnée d'une relation binaire sur l'ensemble des sommets x_i est en relation avec x_j signifie que le couple (x_i, x_j) est un arc.

Pour un graphe orienté $G(X, U)$ on notera pour un sommet

$U^-(x) = \{y \in U / (y, x) \in U\}$ ensemble des sommets antécédents du sommet x.

$U^+(x) = \{z \in U / (x, z) \in U\}$ ensemble des sommets successeurs du sommet x.

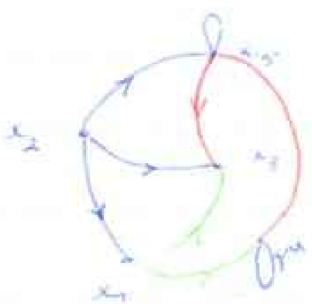
$U(x) = U^-(x) \cup U^+(x)$ ensemble des sommets adjacents au sommet x

exemple : $G(X, U)$ — Diagramme sagittal

$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$

$U^+(x_1) = \{x_3, x_4\}$; $U^+(x_2) = \{x_1, x_3, x_5\}$

$U^+(x_3) = \emptyset$; $U^+(x_4) = \{x_4, x_5\}$; $U^+(x_5) = \{x_3, x_4, x_5\}$



Notes

Notes

2008

Juin

Samedi		7	14	21	28
Dimanche	1	8	15	22	29
Lundi	2	9	16	23	30
Mardi	3	10	17	24	
Mercredi	4	11	18	25	
Jeudi	5	12	19	26	
Vendredi	6	13	20	27	

Définition d'un arc :

C'est une flèche ou une ligne orientée pourvue d'une extrémité initiale et d'une autre terminale, il peut relier deux sommets distincts ou non.

Un arc est entièrement défini par le couple de sommet qu'il relie.

Sommet adjacent : Ce sont deux sommets distincts, reliés directement par au moins d'un arc.

Chemin : C'est une suite d'arcs dont l'extrémité terminale de chacun est l'extrémité initiale du suivant sauf pour le dernier.

Un chemin peut donc être défini soit par la suite des sommets qu'ils contient, soit par la suite des arcs le composant.

Chemin Hamiltonien : Un chemin est dit Hamiltonien s'il passe une fois et une seul fois par chaque sommet du graphe et contient tout les sommets.

Circuit : c'est un chemin qui se forme sur lui même, l'extrémité initiale du 1[er] arc coïncide avec l'extrémité terminale du dernier arc.

C'est par conséquent un chemin qui revient à ce pt de départ

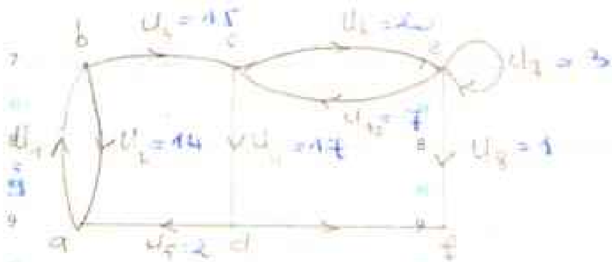
circuit (a, b, c)

Chaîne : c'est une suite d'arrêtes dont chaqu'une a une extrémité commune avec l'arrête précédente (exception du 1[er]) et l'autre commune avec l'arrête suivante (exception du dernier)

Le cardinal Card X est l'ordre du graphe G(X,U)

Notes Il correspond au nombre de sommets de G(X,U)

Notes



Graphe orienté pondéré

⇒ Représentation sagittale

Pour l'arc (c,d) c.à.d U_4

Si à chaque arc on attribue une valeur dans ce cas on appelle le graphe orienté valué.
c : sommet initial – Source –
d : sommet terminal . cible –

On peut représenter un graphe de différentes façon
1 – Une représentation sagittale.
2 – Une énumération de tout les sommets et arcs qui le composent
3 – La représentation des cheminements ou tableau à simple entrée
4 – Une représentation à l'aide de matrice appropriée
5 – Une représentation à l'aide d'une grille.

$G(X,U)$ $\begin{cases} X & \text{Représentation d'un graphe} = \{a, b, c \dots\} \\ U & \text{à simple entrée} = \{U_1, U_2, \dots, U_{10}\} = \{(a,b), (b,c) \dots\} \end{cases}$

Représentation du graphe $G(X,U)$ à l'aide de dictionnaire des suivants

On appelle dictionnaire des suivants d'un graphe $G(X,U)$ un tableau à simple entrée dont chaque ligne concerne un sommet précis et contient tout les suivants de cet sommet. Par conséquent, on fera de chaque sommet X on construit la liste des différents sommets qui présentent l'extrémité terminale d'un arc U dont X est l'extrémité initiale.

Vendredi Friday الجمعة 13 جوان JUIN 165-201

2008 Juin

Samedi		7	14	21	28
Dimanche	1	8	15	22	29
Lundi	2	9	16	23	30
Mardi	3	10	17	24	
Mercredi	4	11	18	25	
Jeudi	5	12	19	26	
Vendredi	6	13	20	27	

Notes

Notes

Dictionnaire des précédents d'un graphe $G(X, U)$

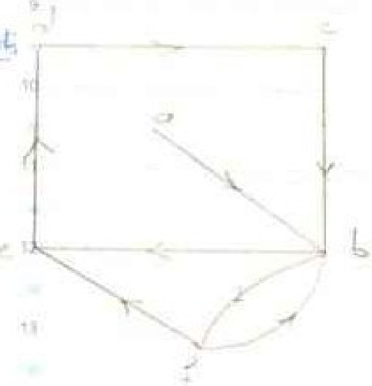
On appelle dictionnaire des précédents $G(X, U)$ un tableau à simple entrée dont chaque ligne concerne un sommet précis et contient tous les précédents (sommets) du sommet en question.

Ex :

Dictionnaires des suivants et précédents

X	S(X)
a	b
b	e, f
c	b
d	c
e	d
f	b, e

X	P(x)
a	–
b	a, c, f
c	d
d	e
e	b, f
f	b



Représentation matricielle d'un graphe

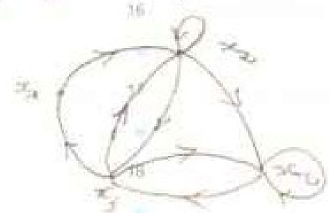
a – Matrice associée à un graphe (Matrice booléenne)

$$M = m_j^i \begin{cases} 1 & (x_i, x_j) \in U \\ 0 & \text{Ailleurs.} \end{cases}$$

Ex :

$$M = \begin{array}{c|cccc} \text{Origine} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \hline x_1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ x_2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ x_3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ x_4 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Les boucles se trouvent sur la diagonale de la matrice.



b. Matrice aux arcs

Tout graphe peut être défini par sa matrice associée (ou matrice d'adjacence) qui peut être alors latérale auquel cas (matrice aux arcs) ou bien booléenne.

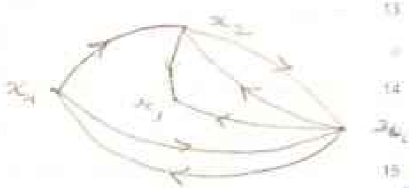
Dans une telle matrice, une colonne de 0 correspond à une entrée et une ligne 0 à une sortie du graphe.

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & (x_1,x_2) & 0 & 0 \\ 0 & (x_2,x_2) & (x_2,x_3) & (x_2,x_4) \\ (x_3,x_1) & (x_3,x_2) & 0 & (x_3,x_4) \\ 0 & 0 & (x_4,x_3) & (x_4,x_4) \end{pmatrix}$$

Matrice non carrée.

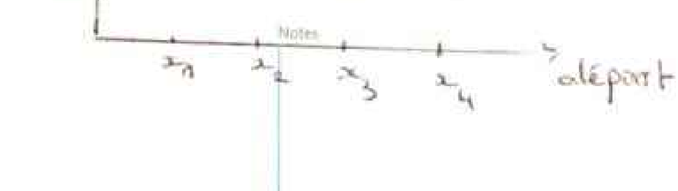
C- Matrice d'incidence d'un graphe orienté sans boucle

Chaque colonne représente un sommet et chaque ligne un arc. Chaque ligne comporte exactement un terme égal à 1 (dans la colonne du sommet initial de l'arc) et un terme égal à −1 (dans la colonne du sommet final), les autres termes de la ligne étant tous nuls.



$$\Pi = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \\ 1 & 0 & 0 & \\ 0 & 1 & -1 & \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} (x_1,x_2) \\ (x_1,x_4) \\ (x_2,x_3) \\ (x_2,x_4) \\ (x_4,x_1) \\ (x_4,x_2) \\ (x_4,x_3) \end{array}$$

Représentation à l'aide d'une grille



السبت
Samedi
Saturday
21
جوان JUIN 173-193

الأحد
Dimanche
Sunday
22
جوان JUIN 174-192

الإثنين
Lundi
Monday
23
جوان JUIN 175-191

Recherche d'un chemin dans un graphe orienté

• Position du problème

Il s'agit de présenter synthétiquement une méthode de recherche :
- d'une chaîne dans un graphe non orienté.
- d'un chemin dans un graphe orienté.

Recherche d'un chemin optimal (Algorithme de FORD)

Il s'agit de chercher le ou les chemins de longueur maximal ou minimal partant d'un sommet N° 1 et aboutissant à un sommet donné

Principe de l'algorithme de FORD pour un chemin maximal

1ère étape : Numéroter les sommets du graphe valués dans n'importe quel ordre mais en commençant par (x_0) et en finissant par (x_{n-1}) avec n le nbre de sommet du graphe

2ème étape : Affecter à tous les sommets des graphes $t_i = -\infty$; $t_0 = 0$

3ème étape : Pour tout arc (x_i, x_j) (d_{ij})

• Si $\xi_{ji} = t_j - t_i$ est inférieur au nbre inscrit sur l'arbre (valuation) on substitue à t_j une valeur

$t_j' = t_i + d_{ij}$ (exp : $t_j' = 0 + 25 = 25$)

• Si $\xi_{ji} = t_j - t_i > d_{ij}$ alors : $t_j' = t_j$

Notes

4ème étape : On continue les itérations jusqu'à ce qu'aucun t_j ne soit plus augmenté.

Gestion des temps :
Problème d'ordonnancement

Définition :

L'étude d'un projet quelconque permet de dresser l'inventaire de toutes les activités qui le composent.

Le projet peut être analysé par la méthode du graphe ou celle des matrices.

Problème d'ordonnancement :

- Retard rapporté au réalisation de projet industrielle et commerciaux ainsi qu'à leur livraison ponctuelle de client.

- La mauvaise conception du produit à fabriquer.
- L'évaluation erronée des moyens financiers ainsi que des besoins en hommes et machines.
- La sous-estimation de contraintes potentiel (succession et de l'exclusion) disjonctives et cumulatives.
- La fixation arbitraire d'un calendrier de fin de travaux sans rapport ni avec l'évolution réel des différentes tâches, ni avec les moyens d'autant disposé effectivement.
- La mauvaise gestion des stocks (rupture fréquente) non rapidement solutionner, occasionnant perte de client potentiel.
- Le manque de coordination entre les responsables des actions concernant l'ordre de passage des tâches et leurs fin.

2008
Juin

Samedi		7	14	21	28
Dimanche	1	8	15	22	29
Lundi	2	9	16	23	30
Mardi	3	10	17	24	
Mercredi	4	11	18	25	
Jeudi	5	12	19	26	
Vendredi	6	13	20	27	

Notes

Ce sont autant de problèmes que grand nbre d'entreprise doivent encore affronter aujourd'hui et qui nécessite l'apprentissage des techniques d'ordonnancement.

Notion de projet : Tâche et ordonnancement

- Notion de projet :

Un projet est un ensemble de tâche ou opération (A, B, C - - - -) permettant d'atteindre un objectif fixé lesquelle tâche sont elle même soumise à certain type de contraintes tel que.

- Les contraintes potentiel
- Les contraintes disjonctives.
- Les contraintes cumulatives.

Notes

Notes

Notes