

U.S.T.H.B

Lundi, le 07 Janvier 2002

Faculté de Génie des Procédés et de Génie Mécanique

Département de Génie des Procédés

TEC 753

Chargée du cours : Mme N. Laoufi

Première épreuve de moyenne durée

Durée de l'examen : 1 heure et trente minutes

Questions de cours (6 points)

1. Définir l'entreprise. Quelle est sa vocation économique ?
2. A quoi servent les su plus réalisés par l'entreprise ?
3. Qu'est ce qu'un projet. Et citer les différents types.

Problème 1. (4 points)

Monsieur Hadi, écor me dans un hôpital doit déterminer le menu approprié pour les patients qui sont opérés dans le service de chirurgie générale. Le médecin en chef lui a fourni les indications suivantes. Chaque opéré doit suivre un régime qui est composé :

- d'au moins 50 unités de protéines par repas ;
- d'au moins 15 unités de vitamines ;
- d'au moins 1200 calories/jour ;
- et d'au plus 100 unités de glucides.

Monsieur Hadi a consulté la diététicienne de l'hôpital qui lui a donné les composants en protéines, glucides, vitamines et calories pour les aliments qui sont habituellement achetés par le service de l'économat. Les informations sont consignées dans le tableau 1. Le prix des aliments est le suivant :

- Poissons : 45 UM/kg ;
- Poulet : 18 UM/ kg ;
- Fromage : 35 UM/ kg ;
- Carottes : 6 UM/ kg ;
- Pommes de terre : 5 UM/ kg ;
- Spaghetti : 8 UM/ kg ;

* UM : unité monétaire

Tableau 1. Composition en éléments nutritifs des aliments en unités

Aliment	Protéines	Vitamines	Glucides	Calories
Poissons pour 100g	40	25	10	300
Poulet pour 100g	50	10	20	500
Fromages pour 100g	30	20	30	600
Carottes pour 1 kg	20	30	50	1400
Spaghetti pour 1 kg	22	15	100	2000
Pommes de terre pour 1 kg	15	25	80	1800

Corrigés de l'épreuve "Janvier 2002"

Problème 1 :

→ A - les variables de décision :

- x_1 : quantité (en kg) de poisson de composition en protéines, vitamines, glucides et lipides.
- x_2 : quantité de galettes.
- x_3 : quantité de framboises.
- x_4 : quantité de noix de coco.
- x_5 : quantité de spaghetti.
- x_6 : quantité de poisson de terre.

→ B : les contraintes de problème :

- $400x_1 + 500x_2 + 300x_3 + 200x_4 + 22x_5 + 15x_6 \geq 50$: composition minimale des aliments en protéine.
- $250x_1 + 100x_2 + 200x_3 + 300x_4 + 15x_5 + 25x_6 \geq 15$: composition minimale des aliments en vitamine.
- $100x_1 + 200x_2 + 300x_3 + 150x_4 + 100x_5 + 80x_6 \leq 100$: composition maximale des aliments en glucide.
- $3000x_1 + 6000x_2 + 6000x_3 + 14000x_4 + 200x_5 + 1000x_6 \geq 200$: composition minimale des aliments en lipide.

→ C : fonction économique Z à maximiser soit

$Z = 45x_1 + 15x_2 + 30x_3 + 6x_4 + 3x_5 + 0x_6$ [Dirhams]

la quantité des aliments proportionnelle à maximiser soit.

Problème 2 :

→ A - Programme linéaire :

- x_1 : quantité (en kg) de produit de table.
- x_2 : quantité (en kg) de produit de cuisine.

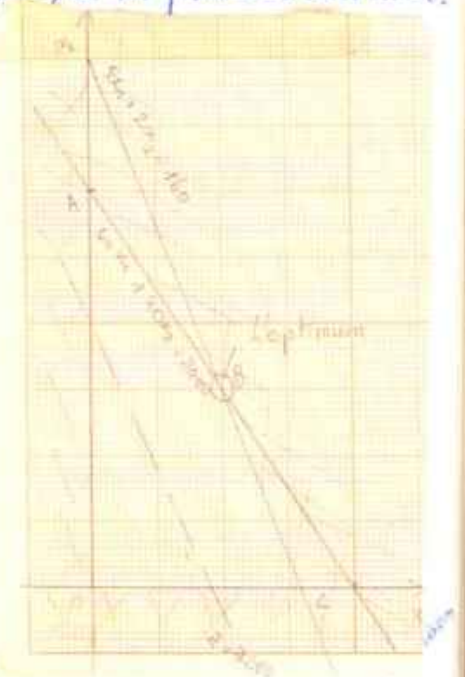
Table classe

Produit	Table	Cuisine
Notes	100	100
	100	100

- 7 $x_1, x_2 \geq 0$
- 8 $5x_1 + 2x_2 \leq 160$ = quantité maximale de pris dépensé pour la production des tables et chaises durant la semaine
- 9 $60x_1 + 40x_2 \leq 2400$ = temps maximal dépensé
- 10 $Z = 400x_1 + 160x_2$ [Max] = Profit est max. \hookrightarrow le prix de la product' soit max.

②. Résolution graphique.

- = on représente les contraintes
- 11 $x_1 \geq 0 ; x_2 \geq 0 ; 5x_1 + 2x_2 \leq 160 ; 60x_1 + 40x_2 \leq 2400$
(0, 80); (32, 0) ; (0, 60); (40, 0)
- 12 la fonction économique: $Z = 7200$
- 13 A $\begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 = 32 \\ Z = 12800 \end{cases}$; B $\begin{cases} x_2 = 80 \\ x_1 = 0 \\ Z = 12800 \end{cases}$; C $\begin{cases} x_1 = 32 \\ x_2 = 0 \\ Z = 12800 \end{cases}$; D $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 80 \\ Z = 12800 \end{cases}$
- 14 $Z = 13600$ Optimum



⑤. forme standard

- 15 $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$
- 16 $5x_1 + 2x_2 + x_3 = 160$
- 17 $60x_1 + 40x_2 + x_4 = 2400$
- 18 $Z = 400x_1 + 160x_2 + 0x_3 + 0x_4$ [Max]
- Tableau des solutions (table de 4)

	x_1	x_2	x_3	x_4	Z	
19	0	0	160	2400	0	Le point "0"
20	0	80	0	2000	-	Le point "A"
21	32	0	0	480	12800	Le point "C"
	40	0	-40	0	-	
	32	40	0	0	13600	Le point "D"

(n variables) ! (nV - nC) ! et (4-2) ! point sur le graphe.

2008
Août

Samedi	30	2	9	16	23
Dimanche	31	3	10	17	24
Lundi		4	11	18	25
Mardi		5	12	19	26
Mercredi		6	13	20	27
Jeudi		7	14	21	28
Vendredi	1	8	15	22	29

7 → (4) - résolution algébrique.

8 " solution extrême de base :
$$\begin{cases} \text{V.H.B} & x_1 = 0, x_2 = 0 \\ \text{V.B} & x_3 = 160, x_4 = 2400 \\ & Z \Rightarrow = 600x_1 + 160x_2 \end{cases}$$

9 x_1 est la variable entrante. $\Rightarrow \begin{cases} x_3 = 160 - 5x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ x_4 = 2400 - 60x_1 - 40x_2 \geq 0 \\ Z = 400x_1 \end{cases}$

10 $\rightarrow \begin{cases} x_1 \leq 32 \\ x_2 \leq 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 32 \\ x_2 = 12500 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 490 \end{cases}$ ← variable sortante.

11 " solution de la 1^{ère} iteration V.H.B $x_3 = x_1 = 0$
12 V.B $x_1 = 32, x_4 = 490$
 $Z = 12800$

13 Equations d'échange : $x_3 = 160 - 5x_1 - 2x_2 \Rightarrow x_1 = 32 - \frac{2}{5}x_2 - \frac{1}{5}x_3$
 $x_4 = 2400 - 60(32 - \frac{2}{5}x_2 - \frac{1}{5}x_3) - 40x_2 \Rightarrow x_2 = 490 - 16x_3 + \frac{1}{5}x_4$
14 $Z = 12800 + 400x_1 - 80x_2$

15 La variable entrante est : x_2 $\begin{cases} x_1 = 32 - \frac{2}{5}x_2 \geq 0 \\ x_2 \leq 30 \\ x_2 \leq 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 32 \\ x_2 = 30 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 490 \end{cases}$
16 $Z = 13400$ ← variable sortante.

17 " solution de la 2^{ème} iteration : V.H.B $x_3 = x_4 = 0$
18 V.H. $x_1 = 0, x_2 = 30$
19 $Z = 13400$

20 Equations d'échange : $x_3 = 30 + \frac{1}{10}x_2, x_4 = \frac{1}{10}x_2$
 $x_1 = 32 - \frac{2}{5}(30 + \frac{1}{10}x_2) - \frac{1}{5}(\frac{1}{10}x_2) = \frac{1}{5}x_2$
 $Z = 13600 - 60x_3 - \frac{1}{5}x_4$

21 La solution est en $x_1 = 20, x_2 = 50$ et $Z = 13600$
 $x_3 = x_4 = 0$

Notes

Notes

Notes